

Matemática en Red

Guía docente

Proporcionalidad directa

Nivel Primario (6° y 7°) y Nivel Secundario (Ciclo Básico)



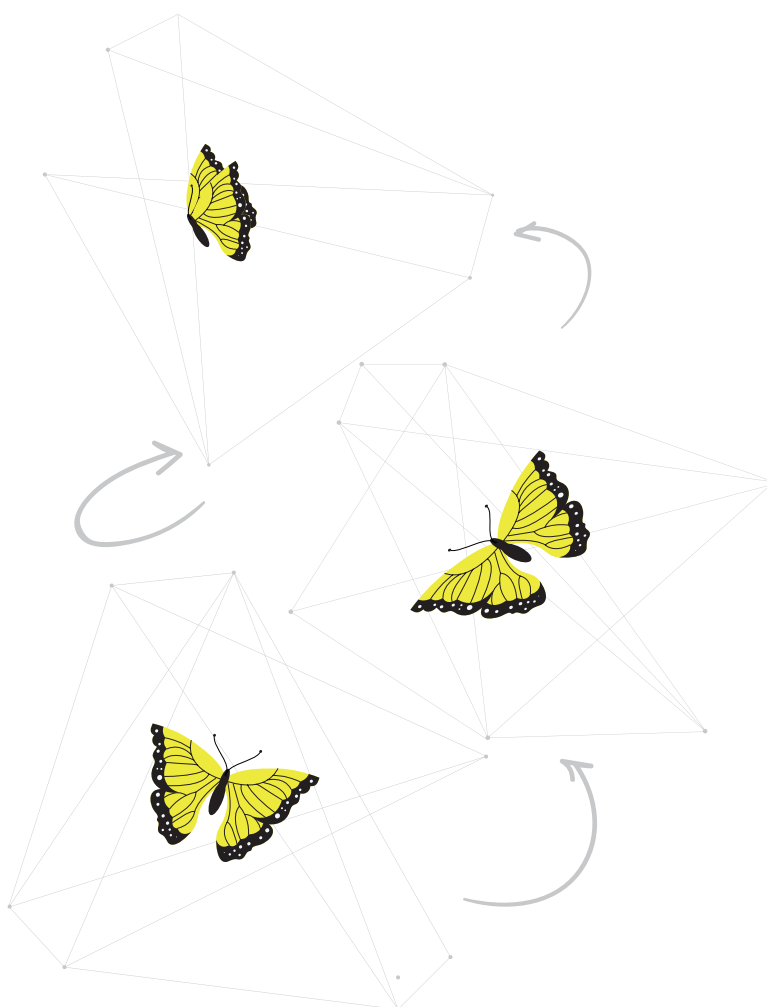
20
24

Matemática en Red



Guía docente

Proporcionalidad directa





Presentación

El programa **Matemática en Red** emerge como un espacio de colaboración y reflexión conjunta entre los docentes de Nivel Primario y Secundario de la Ciudad Autónoma de Buenos Aires. Su propósito fundamental es explorar contenidos matemáticos específicos y estrategias pedagógicas, promoviendo la articulación de la enseñanza en los momentos de pasaje de nivel.

La creación de este programa viene a dar respuesta a la conocida necesidad de mejorar los niveles de aprendizaje matemático, estableciendo como línea prioritaria el desarrollo del pensamiento matemático de las y los estudiantes, y haciendo foco en acciones que promuevan el aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas de manera integral. Participarán en el programa maestras y maestros de 6.º y 7.º grado de primaria, junto con docentes de 1.º y 2.º año de secundaria que se desempeñan en escuelas de la Ciudad. La implementación del programa incluirá talleres conjuntos y otros específicos para docentes de ambos niveles, con encuentros a lo largo del año escolar. El enfoque buscará potenciar prácticas educativas que generen un aprendizaje matemático significativo y sostenible.

La metodología de trabajo se centra en la problematización del contenido matemático escolar y en cómo abordar su tratamiento en las aulas. El programa busca trabajar la articulación entre niveles, explorando estrategias pedagógicas que enriquezcan la práctica docente. Como parte del programa, se han desarrollado materiales específicos estructurados en capítulos, abordando contenidos matemáticos curriculares desde una perspectiva integral que estarán disponibles en línea. Para la elaboración de estos materiales se ha partido del planteo de interrogantes cruciales como: ¿qué contenidos matemáticos han abordado las y los estudiantes en niveles educativos previos y cuáles enfrentarán en los siguientes? ¿Qué estrategias pedagógicas se potencian, introducen o consolidan durante estos niveles? Por ello, los materiales tendrán como destinatarios a docentes de los niveles primario y secundario de manera simultánea. A corto plazo, se espera que el diálogo entre docentes de ambos niveles impulse la reflexión y se traduzca en acciones estratégicas en el aula. A largo plazo, se busca establecer una comunicación fluida entre niveles que promueva una transición educativa sin quiebres, donde las y los estudiantes experimenten un proceso de articulación coherente y consistente.



El programa aspira a fomentar la comunicación efectiva entre docentes de distintos niveles, reconociendo que esta colaboración enriquece la experiencia educativa. Al entender la matemática y su didáctica como elementos de conexión, no solo entre contenidos sino también entre niveles, se intenta contribuir a una educación matemática que continúe en la búsqueda de la coherencia y efectividad para las y los estudiantes, trascendiendo las divisiones artificiales que a veces limitan el enfoque educativo.

El título **Matemática en Red** expresa la intención de construir una red sólida de aprendizajes que conecte los niveles educativos. El programa busca crear un entorno donde la colaboración entre docentes de los niveles primario y secundario no solo sea un objetivo, sino una realidad palpable. Al tejer esta red de conocimiento, aspiramos a fortalecer la coherencia y continuidad de la educación matemática, brindando a las y los estudiantes una experiencia educativa integrada y enriquecedora a lo largo de su trayectoria escolar. Matemática en Red es parte de la política educativa prioritaria de Mejora de Aprendizajes que se propone el Ministerio de Educación de la Ciudad de Buenos Aires. Representa un compromiso a la construcción de una comunidad de aprendizaje constante, colaborativa y continua.

Escuela de Maestros





Proporcionalidad directa

INTRODUCCIÓN	5
1. Ubicación curricular	6
2. Contextualización disciplinar	8
Proporcionalidad directa: conceptos asociados	8
Situaciones proporcionales y no proporcionales	9
Magnitudes y representaciones	11
Tipos de razonamiento en la proporcionalidad directa	14
3. Problematicación de la matemática escolar	16
4. ¿Cómo operativizar las ideas-fuerza?	18
5. Bibliografía	34





Introducción

Según dicen, la articulación es *la unión entre dos piezas rígidas que permite el movimiento relativo entre ellas*, definición que colocaría a la educación primaria y a la educación secundaria como piezas rígidas, lo cual podemos no compartir. Lo que sí compartimos es que se puede (y seguramente se necesite) permitir un movimiento relativo entre ellas. Dicho movimiento es el que nos convoca en este documento.

La transición entre la educación primaria y la educación secundaria, habitualmente, es un proceso que vivencian las y los estudiantes, no así el equipo docente (maestras, maestros, profesores y profesoras) o el equipo directivo, tampoco los libros de texto. Existe una articulación declarada a nivel curricular, existen materiales que evidencian las progresiones entre uno y otro nivel educativo, y existen contenidos propiamente dichos que viven y se construyen en ambos niveles. Ahora bien, ¿cómo dialogan estos espacios para contribuir a la transición que viven las y los estudiantes?; ¿cuáles son los quehaceres propios del desarrollo del pensamiento matemático que pretendemos potenciar en cada uno de los años escolares?; ¿qué contenidos matemáticos se trabajan años anteriores o posteriores al año escolar en el que me encuentro? Son preguntas que acompañan desde hace años el quehacer docente, tanto de primaria como de secundaria.

Desde el equipo académico de Escuela de Maestros de la Ciudad Autónoma de Buenos Aires nos proponemos continuar la reflexión sobre estos interrogantes a través de los cuadernos de la colección **Matemática en Red**. El presente ejemplar, centrado en *Proporcionalidad directa*, constituye el primer punto de un bloque de contenidos que continuará con el tratamiento de las siguientes temáticas: *Múltiplos y divisores*, *Construcción de triángulos*, *Números racionales*, *Construcción de cuadriláteros*, *Teorema de Thales*, *Producción de fórmulas* y *Función lineal*.

Cada uno de los contenidos matemáticos mencionados cuenta con cuatro apartados:

- Ubicación curricular: el objetivo es evidenciar cuándo y una descripción de cómo se aborda el tópico matemático que se estudia de 6.º grado de primaria a 2.º año de secundaria, considerando como fuentes bibliográficas los materiales oficiales del Ministerio de Educación de la Ciudad Autónoma de Buenos Aires.
- Contextualización disciplinar: el objetivo es abordar una reflexión teórico-práctica sobre cuáles son los elementos clave que se recomienda plantear desde el desarrollo profesional docente para propiciar el aprendizaje del contenido específico y la resignificación por parte de las y los estudiantes.
- Problematicación de la matemática escolar: el objetivo es exponer las ideas-fuerza que pretendemos movilizar en esta propuesta para el aprendizaje del contenido matemático específico, haciendo hincapié en lo que es propio de cada año.
- ¿Cómo operativizar las ideas-fuerza?: el objetivo es mostrar el análisis didáctico que fundamenta la propuesta de dónde profundizar, matemáticamente hablando, en cada año escolar (desde 6.º grado de primaria hasta 2.º año de secundaria).

No obstante, invitamos a las y los lectores de estos cuadernos, a acceder, también, a los textos referenciados, editados años atrás, ya que serán indispensables para una articulación fluida.

1. Ubicación curricular

Este apartado pretende visibilizar dónde y cómo se presentan los objetivos y alcances curriculares relativos al contenido específico de **proporcionalidad**. En particular, abordaremos las *relaciones de proporcionalidad directa*¹. Para la revisión se considerarán los siguientes documentos publicados por el Gobierno de la Ciudad Autónoma de Buenos Aires (GCABA):

- GCABA (2014). Objetivos de aprendizaje para las escuelas de Educación Inicial y Primaria de la Ciudad Autónoma de Buenos Aires (1a ed.). Ciudad Autónoma de Buenos Aires: Ministerio de Educación. Dirección General de Planeamiento e Innovación Educativa. Gerencia Operativa de Currículum.
- GCABA (2015). Diseño curricular Nueva Escuela Secundaria de la Ciudad de Buenos Aires, ciclo básico (2a ed.). Ciudad Autónoma de Buenos Aires: Ministerio de Educación. Dirección General de Planeamiento e Innovación Educativa. Gerencia Operativa de Currículum.
- GCABA (2019a). Progresiones de los aprendizajes: segundo ciclo: Matemática. Ciudad Autónoma de Buenos Aires: Ministerio de Educación. Unidad de Evaluación Integral de la Calidad y Equidad Educativa [UEICEE]
- GCABA (2020). Progresiones de los aprendizajes: Matemática: Educación Secundaria: Ciclo Básico. Ciudad Autónoma de Buenos Aires: Ministerio de Educación. Unidad de Evaluación Integral de la Calidad y Equidad Educativa [UEICEE]
- GCABA (2023a). Estudiar y aprender: un puente entre primaria y secundaria: recomendaciones para la implementación de los materiales de trabajo para séptimo grado y primer año (1a ed. para el profesor). Ciudad Autónoma de Buenos Aires: Ministerio de Educación. Dirección General de Planeamiento Educativo. Gerencia Operativa de Currículum.

1. El trabajo sobre *números racionales en el contexto de la proporcionalidad* será abordado en otro cuadernillo de esta colección.

Unidad de análisis	Primaria		Secundaria	
Nivel	6.º	7.º	1.º	2.º
Objetivos curriculares	Objetivos de aprendizaje para las escuelas de Educación Inicial y Primaria de la Ciudad Autónoma de Buenos Aires, 2014 (selección de los contenidos que trabajaremos en este documento)		Diseño curricular: Formación general ciclo básico del bachillerato, 2015 (selección de los contenidos que trabajaremos en este documento)	
	Relaciones entre variables - Analizar las condiciones para que una situación sea de proporcionalidad directa. - Analizar las relaciones entre diferentes procedimientos para resolver problemas de proporcionalidad. (GCABA, 2014, p. 126)	Relaciones entre variables - Analizar las condiciones para que una situación sea de proporcionalidad directa. - Participar de la formulación de argumentos que apelen a las diferentes relaciones involucradas en las situaciones de proporcionalidad directa e inversa. (GCABA, 2014, p. 127)	Reconocer diferencias y similitudes entre la función lineal y la de proporcionalidad directa comprendiendo los conceptos de pendiente y ordenada al origen, identificar sus significados en los gráficos y en los diferentes contextos (GCABA, 2015, p. 514)	Resolver problemas que se modelizan por medio de la función de proporcionalidad inversa. (GCABA, 2015, p. 521)
Alcances planteados desde la propuesta actual	- Resolución de problemas de proporcionalidad con números naturales. - Límites del modelo proporcional.	- Resolución de problemas que involucren magnitudes de la misma naturaleza. - Comparación de relaciones de proporcionalidad. - Representación cartesiana de una situación de proporcionalidad directa.	- Resolución de problemas que permitan hacer aparecer a las fracciones como razón entre dos números y en los que las fracciones puedan funcionar como constante de proporcionalidad. - Escritura de algunas fórmulas que representen relaciones de proporcionalidad, así como relaciones entre medidas.	Trabajo con problemas que pongan en funcionamiento relaciones de proporcionalidad inversa, trabajo con fórmulas y gráficos así como el estudio de las relaciones entre la variación del gráfico y la variación de la fórmula en términos de corrimientos.
Progresiones Ideas principales	- Proporcionalidad directa y sus propiedades - Proporcionalidad en diferentes formas de representación (decimal, escala, porcentaje, fracción) - Constante de proporcionalidad - Relaciones de equivalencia en contexto de proporcionalidad		- Distinguir entre función lineal y proporcionalidad - Proporcionalidad en diferentes registros de representación (gráfico, tabla, diagramas, algebraico) - Procesos de variación uniforme - Determinar y construir relaciones proporcionales	
Estudiar y Aprender PUENTE	Proporcionalidad directa - Reconocer las condiciones de proporcionalidad directa. - Indagar sobre las diversas estrategias y sobre las propiedades de la proporcionalidad directa que se manifiestan de manera implícita o explícita en cada una de sus resoluciones.			
	Proporciones y porcentajes Identificar las relaciones de proporcionalidad directa mediante el cálculo de porcentajes.			
	Proporcionalidad inversa Identificar las características de las relaciones inversamente proporcionales entre dos magnitudes (discretas o continuas, y en diferentes conjuntos numéricos).			
	Representaciones gráficas Analizar los gráficos cartesianos correspondientes a situaciones de proporcionalidad directa e inversa.			

Tabla 1. Síntesis de ubicación curricular del contenido de proporcionalidad directa

2. Contextualización disciplinar

La proporcionalidad es un contenido transversal a los distintos niveles educativos e intrínseco a distintos contenidos curriculares. Usualmente aparece como un tema específico en los libros de texto y, además, suele presentarse como un contenido previo o de relación directa con diversos temas. Su complejidad, ya sea a nivel cognitivo o didáctico, ha sido reportada por diversas investigaciones desde décadas atrás, y aún hoy sigue siendo una problemática sumamente estudiada, pues es un tema de preocupación para los sistemas educativos y de interés para las y los investigadores.

En este apartado, en particular, estudiaremos las que consideramos ideas clave que propicien el aprendizaje y tengan un potencial didáctico para atender las dificultades reportadas por la bibliografía especializada. En un primer momento, abordaremos las ideas matemáticas principales que anteceden y acompañan al concepto de proporcionalidad para, en una segunda instancia, continuar con una reflexión ejemplificada sobre las relaciones proporcionales y no proporcionales, pero con aumento constante. En tercer lugar, se propondrá una reflexión sobre las características de las magnitudes involucradas en relaciones proporcionales y un análisis de su repercusión en la representación gráfica (magnitudes continuas o discretas). Dejaremos la última sección para ocuparnos de los tipos de razonamiento que se recomienda propiciar durante el desarrollo del pensamiento proporcional. Estas reflexiones serán la base para el siguiente apartado sobre la problematización de la matemática escolar donde presentaremos las ideas-fuerza que se trabajarán para el desarrollo del pensamiento proporcional.

Proporcionalidad directa: conceptos asociados

Una de las primeras ideas con las que se sugiere empezar a profundizar la noción de proporcionalidad es la diferenciación entre las nociones de fracción, razón, proporción y proporcionalidad.

Comencemos con la noción de fracción. Se concibe que la representación fraccionaria de un número racional (habitualmente trabajado en la escuela como “las fracciones”) corresponde al cociente entre dos números enteros donde el denominador no puede ser cero. Simbólicamente queda escrito de la siguiente manera: $\frac{a}{b}; a, b \in \mathbb{Z}; b \neq 0$.

Suele decirse y recordarse en las clases que “no se puede dividir por cero”; y, es más, si se permite el uso de la calculadora, se muestra que sale “error” en la pantalla. La discusión del porqué no se puede dividir por cero no se da en las clases de nivel primario pues es una reflexión matemática de un nivel superior, sin embargo, es una regla que sí ayudará a poder diferenciar entre la razón y la fracción.

Con base en lo anterior, la noción de **razón** tiene elementos característicos que nos permiten diferenciarla de la fracción:

- **relación entre magnitudes.** A diferencia de la representación fraccionaria del número racional que es el cociente entre dos números enteros, la razón no tiene la restricción de que su antecedente (numerador para la fracción) y su consecuente (denominador para la fracción) sean números enteros dado que es una relación entre magnitudes. Un ejemplo de esto es la razón áurea donde el antecedente es un número irracional: $\phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$



▪ **no siempre es la representación de un número racional.** Se ha dicho que la fracción es un tipo de representación de un número racional (como también lo es la representación decimal), sin embargo, una razón puede representar también a un número irracional, como por ejemplo:

- Número π : la razón entre la longitud de la circunferencia y su diámetro

- Número áureo: $\phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$

▪ **la restricción del consecuente.** Dado que no es una fracción, su consecuente (el denominador en una fracción) puede ser cero. Por ejemplo, si se dice que la relación entre la cantidad de perros y la cantidad de gatos en una casa es 3:0, ¿cuántos gatos hay? En este caso, la respuesta es que no hay gatos y no podría expresarse como una fracción, porque como dijimos anteriormente, en la representación fraccionaria de un número racional el denominador no puede ser cero. De aquí surge la afirmación de que toda fracción puede expresarse como razón, pero no toda razón puede expresarse como fracción.

En particular, en el Diseño Curricular (GCABA, 2004) se indica lo siguiente:

En los primeros años, los alumnos aprenden a representar cantidades simples con números, en el segundo ciclo deben aprender a representar comparaciones de cantidades usando razones en varias formas. Tienen que comenzar a construir nuevas ideas, incluyendo la de proporción y números racionales. Deben comenzar a reconocer que los números pueden ser escritos de diferentes modos, dependiendo de lo que significan o de lo que uno quiere hacer con ellos. Deben tener mucha experiencia en generar, interpretar y “traducir” números en sus múltiples representaciones: fracciones, razones, decimales, porcentajes. (p. 546)

La intención de realizar esta aclaración es potenciar el progreso que se evidenciará por parte de las y los estudiantes en vivenciar el trabajo con problemas de proporcionalidad simple (3.^{er} grado de primaria) hacia la idea de razón de cambio constante (2.^{do} año de secundaria). Se pretende extender el trabajo con la proporcionalidad únicamente como el resultado numérico de la división entre dos números enteros (fracción) hacia la visualización de la relación que existe entre las cantidades de las magnitudes que ponemos en juego (razón). Dada esta afirmación, la proporción, más allá de considerar la igualdad de dos razones, está haciendo referencia también a la relación de dos relaciones, que es la equivalente.

Situaciones proporcionales y no proporcionales

En el primer ciclo de nivel primario, la presentación de tareas matemáticas vinculadas a la relación proporcional directa no suele ponerse en duda, por el contrario, los escenarios siempre son proporcionales. Posteriormente se comenzarán a discutir, también, relaciones que “parecieran ser proporcionales” pero no lo son: aquellas que comparan aumentos constantes, en confrontación con las magnitudes que guardan una misma razón.

Veamos un ejemplo de no proporcionalidad, de aumento constante:

Francesca y Santino corren a la misma velocidad en una maratón. Santino inició más tarde, entonces, cuando Francesca recorrió 4 kilómetros, Santino habrá recorrido 2 kilómetros. Cuando Francesca haya alcanzado los 7 kilómetros, ¿cuántos kilómetros habrá recorrido Santino?



Solución de la pregunta:

Cuando Francesca está a 4 km y Santino a 2 km, la diferencia entre ellos es de 2 km.

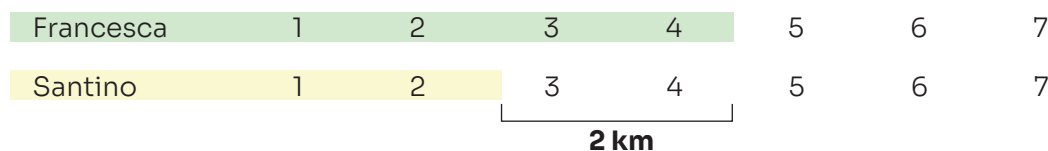


Imagen 1. Diferencia entre ubicaciones de Francesca y Santino

Si Francesca llega a los 7 km, quiere decir que avanzó 3 km, lo mismo que avanzará Santino, pues se indica que van a la misma velocidad. La diferencia entre ellos seguirá siendo de 2 km. Francesca estará en los 7 km y Santino, en 5 km.

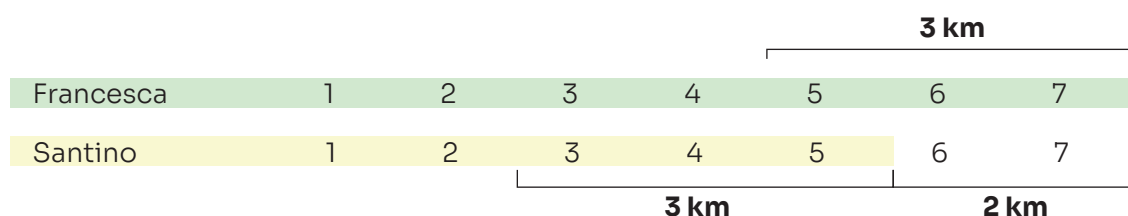


Imagen 2. Diferencia entre ubicaciones de Francesca y Santino luego de un mutuo avance constante.

Un error frecuente en este tipo de resoluciones es considerar a la relación entre los kilometrajes de cada una de las personas como una relación de proporcionalidad directa y acudir a la regla de tres simple (nótese también el error en el uso de las unidades de medida):

$$4 \text{ km} \quad \text{-----} \quad 2 \text{ km}$$
$$7 \text{ km} \quad \text{-----} \quad x = \frac{7 \text{ km} * 2 \text{ km}}{4 \text{ km}} = 3.5 \text{ km}$$

Este tipo de enunciados permite discutir y diferenciar la relación de magnitudes proporcionales de aquellas relaciones que mantienen aumentos constantes y no son proporcionales (lo que en años posteriores se formalizará en la diferencia entre la linealidad proporcional y la linealidad no proporcional).

Otra peculiaridad de actividades que son generalmente trabajadas en la escuela para confrontar la idea de lo proporcional y lo no proporcional es aquella que hace que los enunciados parecieran tener una estructura de representación proporcional, pero son absurdos: “una criatura a los dos años tiene 16 dientes, ¿cuántos tendrá a los cuatro años?”, “si una persona pesa 60 kilos a los 15 años, ¿cuánto pesará a los 30 años?”. Al igual que en el caso anterior, los enunciados con estructura de “cuarto valor faltante” suelen resolverse con la noción de proporcionalidad directa sin distinguir el tipo de relación que hay entre las magnitudes relacionadas. Es decir, erróneamente se le adjudica a la estructura del enunciado lo que debe adjudicarse a la relación entre las magnitudes para decidir qué tipo de problema estamos enfrentando.

Magnitudes y representaciones

Durante los años de nivel primario, cuando se trabaja únicamente el campo numérico de los naturales, se estudiarán magnitudes discretas (cantidad de autos y cantidad de personas, cantidad de lápices y cantidad de cajas, entre otras), en cambio, al comenzar a trabajar con los números racionales podrán abordarse magnitudes continuas (como peso, distancia, entre otras). Estas diferencias conllevan la reflexión sobre el tipo de representaciones gráficas con las que se trabaja: discretas o continuas. La pregunta “¿se pueden unir los puntos?” se atenderá de manera transversal durante toda la escolaridad siendo que, a medida que avancen los años, existirán más herramientas para argumentar la decisión tomada.

En torno a la representación gráfica de las relaciones directa e inversamente proporcionales hay algunas “reglas escolares mnemotécnicas” que quisiéramos reflexionar y profundizar. A veces, suele afirmarse que en una relación de proporcionalidad directa “cuando una magnitud aumenta, la otra también”. Sin embargo, esta afirmación es válida para cualquier relación creciente y, en particular, será oportuna para las relaciones de proporcionalidad directa siempre y cuando la constante de proporcionalidad sea positiva. Por supuesto, como se dijo anteriormente, en el nivel primario solo se trabaja con el campo numérico positivo (es decir, aún no se trabaja con los números enteros o racionales negativos), por lo cual, la afirmación es estrictamente válida. Sin embargo, al transitar hacia el nivel secundario y encontrarse con otros campos numéricos, esa afirmación no siempre es válida. Veamos un ejemplo:

Dada la relación $y = -x$, se cumple que es una relación de proporcionalidad directa, con constante de proporcionalidad (razón de cambio) negativa y que a medida que aumentan los valores del dominio, disminuyen los valores del codominio. Esto ocurre, específicamente, porque es una relación de proporcionalidad directa, decreciente.

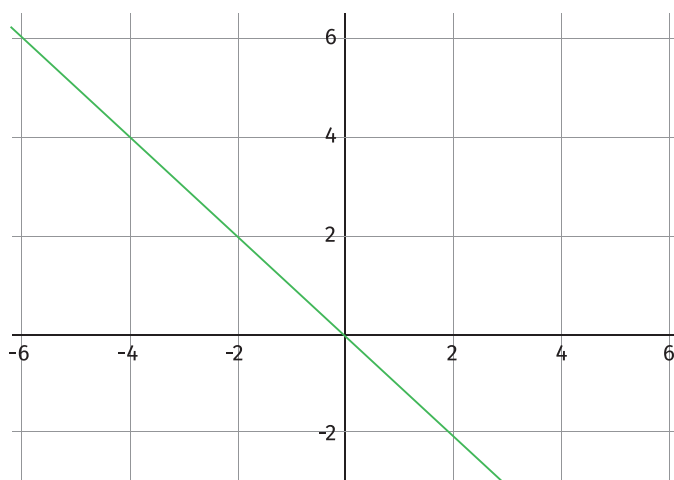


Imagen 3. Relación de proporcionalidad directa con constante de proporcionalidad negativa.

De aquí, también podemos afirmar que una relación proporcional se representará gráficamente como una línea recta que pasa por el origen (0;0) cuyos valores pertenecen al primer y tercer cuadrante cuando sea una relación creciente, y al segundo y cuarto cuadrante cuando sea una relación decreciente.

Por otro lado, lo mismo ocurrirá si cuando presentamos las relaciones de proporcionalidad inversa afirmamos que son aquellas relaciones donde una magnitud aumenta y la otra disminuye.

Esta afirmación es oportuna únicamente cuando la constante de proporcionalidad inversa es positiva. En el caso del gráfico que mostramos a continuación, $y = -\frac{1}{x}$, se observa que a medida que aumentan los valores del dominio, también lo hacen los del codominio y refieren a una relación de proporcionalidad inversa.

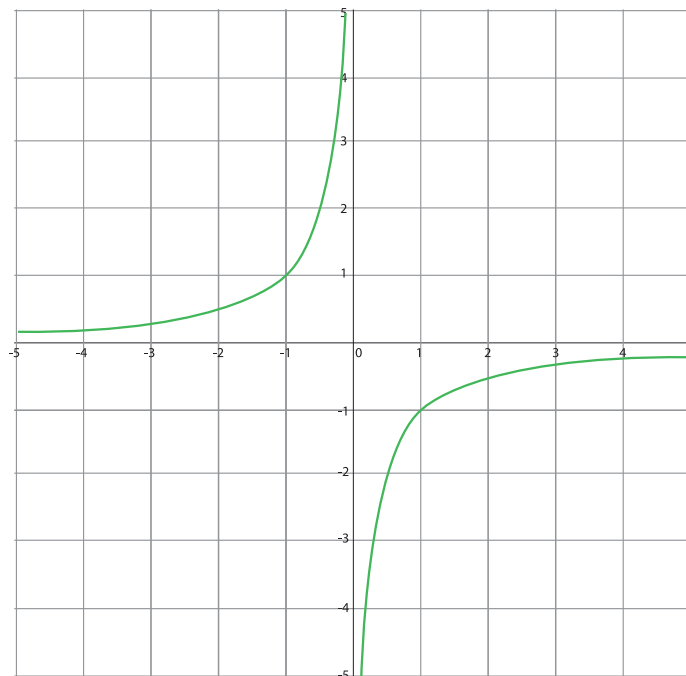


Imagen 4. Relación de proporcionalidad directa con constante negativa

De igual manera que en el caso anterior, podemos concluir que una relación de proporcionalidad inversa será representada por una hipérbola cuyas ramas estarán en el primer y tercer cuadrante cuando la constante de proporcionalidad es positiva y en el segundo y cuarto cuadrante cuando es negativa.

Entonces, tal como se menciona en la guía didáctica *Relaciones de proporcionalidad inversa: la medida como contexto*, no basta con asociar a la proporcionalidad directa con la frase “cuando una variable aumenta, la otra también”, pues eso ocurre en todas las relaciones crecientes; ni basta con asociar a la proporcionalidad inversa con la frase “mientras una variable aumenta, la otra disminuye”, ya que eso también ocurre para toda relación decreciente. Al margen de las características cualitativas que se cumplen en las relaciones de proporcionalidad (tanto directa como inversa), la intención es enfocar la discusión al tipo de relación que se mantiene constante entre las magnitudes relacionadas.

Relaciones de proporcionalidad inversa: la medida como contexto. Séptimo grado.



En este caso, será indispensable visibilizar que:

■ **Proporcionalidad directa:** el **cociente**² de una cantidad cualquiera de la segunda variable por la cantidad correspondiente de la primera variable, siempre es constante.

$$k = \frac{y}{x}$$

■ **Proporcionalidad inversa:** el **producto** de una cantidad cualquiera de la segunda variable por la cantidad correspondiente de la primera variable siempre es constante.

$$k = y \cdot x$$

Para estas afirmaciones se recomienda tener una reflexión docente que, ciertamente, no se trabajará de manera directa con las y los estudiantes, sin embargo, es oportuno conocerla. Hemos dicho en párrafos anteriores que una relación de proporcionalidad directa se representa gráficamente como una línea recta que pasa por el origen, es decir, el par ordenado (0; 0) pertenece siempre a una relación de proporcionalidad directa (condición necesaria pero no suficiente). También dijimos que la constante de proporcionalidad está representada por la expresión: $k = \frac{y}{x}$.

Esto nos llevará a la pregunta ¿qué sucede con dicha expresión en el caso del par ordenado (0;0) si también sabemos que “no se puede dividir por cero”?

Veamos un ejemplo. Sabemos que la expresión $y=2x$ representa una relación de proporcionalidad directa, que su representación gráfica es una recta que pase por el origen y que 2 es su constante de proporcionalidad, por tanto, para cualquier par ordenado, tendremos que

$$\frac{y}{x} = 2$$

X	Y	$\frac{y}{x}$
0	0	¿?
1	2	2
2	4	2
3	6	2
4	8	2

Ahora bien, si eligiéramos el caso del par ordenado (0;0), no podríamos realizar la división, ya que el divisor es cero, sin embargo, sabemos que es una relación de proporcionalidad directa. ¿Por qué ocurre esto? La explicación matemática tiene sustento en nociones de matemática avanzada (infinitesimales, la linealidad de polinomios, la razón de cambio y el Teorema de L'Hôpital), para lo cual, a nivel didáctico, se recomienda que de surgir la pregunta “¿qué pasa con la división en el caso del (0;0)?” podamos afrontar la situación sabiendo que justamente para ese caso no es válida la explicación del cociente entre variables.

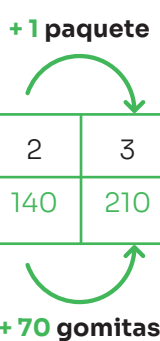
2. La relación puede ser también $1/k=x/y$, solo que se muestra el caso de $k=y/x$ por ser el que habitualmente se trabaja en el sistema educativo, sin embargo, invitamos a su consideración.

Tipos de razonamiento en la proporcionalidad directa

Hasta aquí hemos afirmado cómo es la representación gráfica y algebraica de una relación de proporcionalidad directa; también hemos reflexionado sobre la relación entre razón, fracción, proporción y proporcionalidad. Ahora, se propone el trabajo con lo que suele nombrarse como condiciones o propiedades de la proporcionalidad directa que, a nuestro juicio, conforman los distintos razonamientos por los que se transita para el desarrollo del pensamiento proporcional. Para ejemplificar cada uno de los razonamientos, nos basaremos en la actividad cuyo enunciado dice “En un kiosco compran gomitas y luego las empaquetan de a 70” (retomado del libro de *Estudiar y Aprender*, 6.º grado).

Razonamiento aditivo simple

Dada la imagen del elemento unitario, responde al proceso de “por cada aumento unitario en el dominio, aumenta la cantidad de la constante de proporcionalidad en la imagen”.



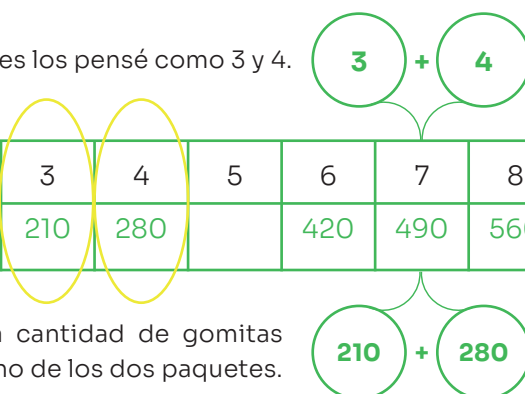
Paquetes	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Gomitas	70	140	210	280				560			

Imagen 5. Razonamiento aditivo simple (GCABA, 2023e, p.96)

Razonamiento aditivo compuesto

La imagen de la suma de dos elementos del dominio es igual a la suma de las imágenes de cada uno de dichos elementos.

Los 7 paquetes los pensé como 3 y 4.



Paquetes	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Gomitas	70	140	210	280		420	490	560	630		

Entonces sumé la cantidad de gomitas que hay en cada uno de los dos paquetes.

Imagen 6. Razonamiento aditivo compuesto (GCABA, 2023e, p.96)

Razonamiento multiplicativo

Dada la imagen del valor unitario, cualquier elemento de la imagen será igual al producto de su correspondiente en el dominio por el valor unitario.

Paquetes	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Gomitas	70	140	210	280	350	420	490	560	630	700	770



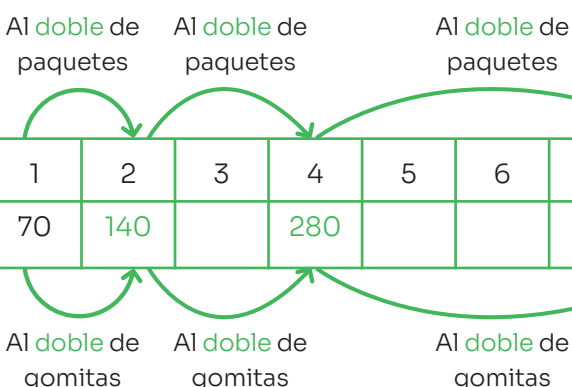
2×70 5×70

Imagen 7. Razonamiento multiplicativo (GCABA, 2023e, p.95)

Razonamiento “inter” (entre la misma magnitud)

Los elementos del dominio y la imagen varían de la misma manera. Este razonamiento es el que suele conocerse como “al doble le toca el doble”. Sin embargo, puede corresponder a mitades, triples, cuádruples, etcétera.

Paquetes	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Gomitas	70	140		280				560			



Al doble de paquetes Al doble de paquetes Al doble de paquetes

Al doble de gomitas Al doble de gomitas Al doble de gomitas

Imagen 8. Razonamiento inter (GCABA, 2023e, p. 95)

Razonamiento “intra” (entre las dos magnitudes involucradas)

La razón entre el elemento del dominio y el elemento de la imagen es siempre constante. En este caso aparece una cantidad a partir de una unidad de medida llamada “precio” que es un concepto en sí mismo.

Paquetes	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Gomitas	70	140	210	280				560			

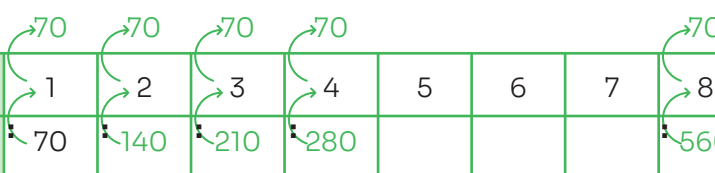


Imagen 9. Razonamiento intra

Nótese que en estos razonamientos las operaciones de suma, resta, multiplicación y división son esenciales para evidenciar las relaciones.

3. Problematicación de la matemática escolar

Este apartado evidencia las ideas-fuerza que pretendemos movilizar de manera transversal en el sistema educativo para desarrollar el pensamiento proporcional, en particular, el que refiere a la proporcionalidad directa.

Con base en lo que se presentó en los apartados anteriores, ubicación curricular y contextualización disciplinar, se proponen las nociones matemáticas que se consideren de relevancia para trabajar durante la articulación escolar.

■ Las características principales de una **relación de proporcionalidad directa** son las siguientes:

- Para promover el desarrollo del pensamiento proporcional directo se transita por los razonamientos multiplicativo, aditivo simple, aditivo compuesto, inter e intra.

- Es necesario diferenciar la relación constante entre magnitudes $(k=\frac{y}{x})$ y la relación entre magnitudes cuyo aumento sea constante $(\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = k)$

■ En el caso de las relaciones de proporcionalidad directa del tipo $y=kx$ tanto el cociente entre las magnitudes $(k=\frac{y}{x})$ como el cociente entre las variaciones de las magnitudes, o razón de cambio, $(\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = k)$ es constante.

■ En el caso de las relaciones lineales no proporcionales $y=kx+b$, con $b \neq 0$, únicamente el cociente entre las variaciones de las magnitudes, o razón de cambio, $(\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = k)$ es constante.

- La constante de proporcionalidad directa se obtiene como el **cociente** de una cantidad cualquiera de la variable dependiente por la cantidad correspondiente de la variable independiente $(k=\frac{y}{x})$.

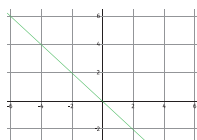
- Reconocer que gráficamente se representa como una línea recta que pasa por el origen (0; 0), que puede ser continua o discreta según las magnitudes que estén puestas en juego.

- La expresión algebraica que representa situaciones de proporcionalidad directa son las del tipo $y=kx$, donde k es la constante de proporcionalidad. (Se tomará en el capítulo de funciones y producción de fórmulas de esta serie).

PROPORCIÓN DIRECTA

Tránsito por los razonamientos multiplicativo, aditivo simple, aditivo compuesto, inter, intra

La constante de proporcionalidad se obtiene por el cociente de un valor de la variable dependiente por el valor respectivo de la variable independiente.



Diferenciar entre:

- a) relación constante entre magnitudes,
- b) relación entre magnitudes con aumento constante.

Se representa gráficamente como una línea recta que pasa por el origen (0,0) y puede ser continua o discreta.

La expresión algebraica que representa situaciones de proporcionalidad directa son las del tipo $y=kx$, donde k expresa la constante de proporcionalidad.

Imagen 10. Características de una relación de proporcionalidad directa

■ Las características principales de una **relación de proporcionalidad inversa** son las siguientes:

- La constante de proporcionalidad inversa se obtiene con el producto de una cantidad cualquiera de la variable dependiente por la cantidad correspondiente de la variable independiente.
- Reconocer que gráficamente se representa como una hipérbola con asíntota en $y=0$ y en $x=0$, que puede ser continua o discreta según las magnitudes que estén puestas en juego.
- La expresión algebraica que representa situaciones de proporcionalidad inversa son las del tipo $(y=\frac{k}{x})$, donde k es la constante de proporcionalidad.

PROPORCIÓN INVERSA

La constante de proporcionalidad se obtiene por el producto de un valor de la variable dependiente por el valor respectivo de la variable independiente.



Se representa gráficamente como una hipérbola con asíntota en $y=0$ y en $x=0$; puede ser continua o discreta.

La expresión algebraica que representa situaciones de proporcionalidad inversa son las del tipo $y=k/x$, donde k expresa la constante de proporcionalidad.

Imagen 11. Características de una relación de proporcionalidad inversa

4. ¿Cómo operativizar las ideas-fuerza?

Con base en el material de *Estudiar y Aprender para primaria*, *Estudiar y Aprender para secundaria*, las secuencias didácticas de primaria, las secuencias didácticas de secundaria y lo abordado en los apartados anteriores sobre la ubicación curricular y contextualización disciplinar, proponemos una manera de operativizar las ideas fuerza presentadas en el apartado anterior.



Estudiar y Aprender
para primaria



Estudiar y Aprender
para secundaria



Secuencias didácticas
de primaria



Secuencias didácticas
de secundaria

Si bien la articulación objetivo será desde 6.^{to} grado de primaria hasta 2.^{do} año de secundaria, hemos querido abarcar desde la primera aparición de ideas proporcionales propiamente dichas para visibilizar su evolución y, de esa manera, fundamentar la propuesta.

El acercamiento que se realiza desde 3.^{er} grado de primaria hacia la proporcionalidad directa, desde un razonamiento multiplicativo específicamente, evoluciona en el tiempo. Tanto en 3.^{er} como en 4.^{to} grado se promueve el trabajo con tablas y se explicita que se pueden obtener algunos datos faltantes a partir de los datos conocidos con operaciones simples (sumas y restas).

3.^{er} grado

ESTUDIAR Y APRENDER EN TERCERO

2. Para saber más rápido la cantidad de astronautas que necesitarán para las naves en diferentes viajes, decidieron armar tablas como las que siguen.

a. Respondé usando la información que está en la tabla.

Cantidad de naves espaciales	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Cantidad de astronautas	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

- ¿Cuántos astronautas viajan en 6 naves espaciales?
- ¿Cuántas naves se necesitan para ubicar a 80 astronautas?
- ¿Cuántos astronautas viajan en 5 naves?
- Si en 10 naves viajan 100 astronautas, ¿cuántos astronautas viajarán en 11 naves? Agregá esta información donde corresponde en la tabla.

3. Completá las siguientes tablas.

Cantidad de naves espaciales	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Cantidad de astronautas	5									

Cantidad de naves espaciales	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Cantidad de astronautas	4									

PARA CONVERSAR ENTRE TODOS Y TODAS

Andy escribió $7 \times 7 + 7 = 21$ para calcular la cantidad de astronautas que irán en un viaje. Mirando ese cálculo, ¿se puede saber la cantidad de astronautas en cada nave y la cantidad de naves?

Imagen 12. Problemas con naves espaciales, 3.^{er} grado (GCABA, 2023b, p. 58)

En 3.^{er} grado, para resolver la actividad número 3 que vemos en la página 58, las estrategias que puedan usarse involucran los razonamientos proporcionales (ya sea el multiplicativo, el aditivo simple, el aditivo compuesto o el inter), por lo cual, quizás aún no con la formalización que se alcanzará en los años siguientes, sí es necesario evidenciar que la manera de pensar los problemas es abordado desde años anteriores.

4.º grado

ESTUDIAR Y APRENDER EN CUARTO

Problemas con tablas

La librería recibió materiales y el dueño decidió organizarlos en la vidriera y el mostrador para que estén a la vista. Llegaron lapiceras, lápices, gomas de borrar, borradores, cuadernos, pots de pintura y cartulinas de varios colores.

1. Ordenó las lapiceras en 10 vasos de 10 unidades cada uno. Respondé las preguntas que siguen usando la información que está en la tabla.

Cantidad de vasos	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Cantidad de lapiceras	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

a. ¿Cuántas lapiceras hay en 2 vasos? _____

b. ¿Y en 4 vasos? _____

c. ¿Cuántos vasos usó para organizar 30 lapiceras? _____

d. ¿Y cuántos vasos para 60? _____

e. ¿Cuántas lapiceras hay en 5 vasos? _____

2. Si en 10 vasos hay 100 lapiceras, ¿cuántas lapiceras habrá en 11 vasos? Agregalo en donde corresponda en la tabla.

a. ¿Y en 12 vasos? Agregalo también en la tabla.

PARA TENER EN CUENTA

En los problemas de estas páginas los datos están organizados en tablas. Algunos de los datos pueden usarse para averiguar otros que todavía no se conocen. Por ejemplo, como averigüé cuántas lapiceras hay en 11 vasos en la tabla anterior? Convierten entre todos y todas como lo hizo cada uno/a.

ESTUDIAR Y APRENDER EN CUARTO

Problemas con tablas

1. El vivero recibe cajas con diferentes herramientas para trabajar la tierra. Cada caja tiene la misma cantidad. Completá cada uno de las siguientes tablas.

a.

Cantidad de cajas	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Cantidad de herramientas de poder	14			35			56			

b.

Cantidad de cajas	1	2	3	4	5	6
Cantidad de herramientas	12		36			

c.

Cantidad de cajas	1	4	5	8	20
Cantidad de patas		36			90

d.

Cantidad de cajas	1	5	6	12	15
Cantidad de pulverizadores	15			150	300

PARA REFLEXIONAR ENTRE TODOS Y TODAS

¿Cómo hicieron para completar las tablas de esta página? ¿Qué cálculos usaron?

2. Mabel está organizando los frascos con fertilizante en cajas iguales para almacenar en el galpón. En cada caja entran 20 frascos. ¿Cuántos frascos entrarán en 2 cajas? ¿Y en 4 cajas? ¿Y en 8 cajas? Organizá esa información en tu carpeta haciendo una tabla como las de esta página.

30

58

Matemática 4

Problemas con tablas

1. Por cada 3 cajas de polvo para preparar torta se necesitan 9 huevos. ¿Cuántos huevos se deben comprar si se ven a utilizar 6 cajas? ¿Y si se ven a utilizar 9? ¿Y 12? ¿Cuántos huevos se necesitan para preparar 1 sola caja? Completá esta tabla para calcular las cantidades.

Cajas de polvo para preparar torta	1	3	6	9	12
Huevos		9			

2. Para hacer 2 tortas se necesitan 48 galletitas. Para hacer 4 tortas iguales, ¿cuántas galletitas se necesitan? ¿Y para 8? ¿Y para 12? ¿Cuántas tortas se pueden hacer con 240 galletitas? Completá la siguiente tabla con la información que está en el enunciado y los datos que averigües.

Cantidad de tortas					
Cantidad de galletitas					

PARA REFLEXIONAR ENTRE TODOS Y TODAS

¿Cómo completaron la tabla de la consigna 2? En el caso de las 12 tortas, hay varias maneras de encontrar la cantidad de galletitas a usar. Convierten sobre esas diferentes posibilidades.

3. Buscá dos maneras diferentes de averiguar cuántas galletitas se necesitan para hacer 16 tortas iguales a las de la consigna 2.

129

Imagen 13. Problemas con tablas, para 4.º grado (GCABA, 2023c, p. 30, p. 58, p. 129)

Para el caso de 4.º grado se vuelve a la representación tabular, tal como lo indica su título, y las distintas estrategias para completar los valores faltantes pueden corresponderse con un razonamiento aditivo simple, aditivo compuesto, multiplicativo, o inter. Asimismo, en las tablas de las páginas 58 y 129 nótese que, al no dar el valor para la unidad, implícitamente se está solicitando que lo busquen sin aún hablar de la constante de proporcionalidad, pero usando en todos los casos, también implícitamente, que las magnitudes se relacionan de manera proporcional. En 5.º grado se hace explícito, por primera vez, que las relaciones de proporcionalidad directa cumplen ciertas características:

- A la suma de dos valores de una de las magnitudes le corresponde la suma de los valores correspondientes de la otra magnitud (Razonamiento aditivo compuesto).
- A la resta de dos valores de una de las magnitudes le corresponde la resta de los valores correspondientes de la otra magnitud (Razonamiento aditivo compuesto).
- A la mitad, la cuarta parte o la tercera parte de una magnitud le corresponde la mitad, la cuarta parte o la tercera parte de la otra magnitud (Razonamiento inter).

Proporcionalidad directa I

Resuelve los siguientes problemas. Anotá cómo lo pensaste en cada caso.

1. En cada fila de un estacionamiento entran exactamente 12 autos. ¿Cuántos entrarán en 3 filas? ¿Y en 5? Escribe los cálculos que hagas para responder.

.....

.....

.....

- a. Si hay 84 autos y todas las filas están completas, ¿cuántas filas de autos hay? Escribe los cálculos que hagas para responder.

.....

.....

.....

- b. Esta tabla relaciona la cantidad de filas completas y la cantidad de autos. Completá la tabla. Escribe los cálculos que hagas para resolver el problema.

Filas completas	1	2	3	5	7	8	9	11	12
Cantidad de autos	12			48		72	84		120

.....

.....

.....

PARA AYUDAR A RESOLVER

En ocasiones, organizar la información en tablas nos ayuda a encontrar más fácilmente las relaciones entre las distintas cantidades. Por ejemplo, sabiendo que 12 autos completan una fila, si se duplica la cantidad de filas, entonces se duplica, también, la cantidad de autos.

2. En un estacionamiento entran 80 autos cada 2 pisos. En grupos, calculen la cantidad de autos que entran en 4, en 6 y en 7 pisos, teniendo en cuenta que en todos los pisos se estaciona la misma cantidad de autos.

- a. Para calcular cuántos autos entran en 6 y 7 pisos, Martina y Lucas pensaron lo siguiente.

Para calcular cuántos autos entran en 6 pisos, sumo la cantidad de autos que entran en 4 pisos y la cantidad de autos que entran en 2 pisos. Para saber cuántos autos entran en 7 pisos, calculo primero la cantidad que entran en un piso y después la multiplico por 7.



Para calcular cuántos autos entran en 6 pisos, multiplico la cantidad de autos que entran en 2 pisos por 3. Para saber cuántos autos entran en 7 pisos, calculo primero la cantidad que entran en un piso y a eso le sumo la cantidad que entran en 6.



- Analicen la forma de resolver que usó Martina y la que usó Lucas, y resuelvan en sus carpetas.
- ¿En qué se parecen y en qué se diferencian de las formas que usaron ustedes para ese problema?
- Usen la forma de resolver de Martina para averiguar cuántos autos entran en 9 pisos y la manera de Lucas para averiguar cuántos entran en 12 pisos.

PARA REFLEXIONAR ENTRE TODOS Y TODAS

En las relaciones de proporcionalidad directa, además se cumple que:

- A la suma de dos valores de una de las magnitudes le corresponde la suma de los valores correspondientes de la otra magnitud.
- A la resta de dos valores de una de las magnitudes le corresponde la resta de los valores correspondientes de la otra magnitud.
- A la mitad, la cuarta parte o la tercera parte de una magnitud le corresponde la mitad, la cuarta parte o la tercera parte de la otra magnitud.

Imagen 14. Proporcionalidad directa, para 5.º grado (GCABA, 2023d, pp. 74-75)

En estas actividades, también de representación tabular una de ellas, se hacen explícitas las estrategias que hasta el momento no se habían dejado por escrito como es el caso del diálogo entre Martina y Lucas. Martina expresa los razonamientos:

- **aditivo compuesto:** suma la cantidad de autos que entran en 4 pisos y la cantidad de autos que entran en 2 pisos para calcular la cantidad de autos que entran en 6 pisos;
- **intra:** primero busca la cantidad de autos que entran en 1 piso y luego lo multiplica por la cantidad de pisos que desea, en este caso, 7 pisos.

Mientras que Lucas plantea los razonamientos:

- **inter:** multiplica la cantidad de autos que entran en 2 pisos por 3, para obtener la cantidad de autos que entran en 6 pisos;
- **aditivo compuesto:** calcula primero la cantidad que entra en 1 piso y a eso le suma la cantidad que entra en 6 pisos, para obtener la cantidad que entra en 7 pisos.

Es importante recalcar que se trabaja y se expone en el material con más tipos de razonamientos que los que se dejan resaltados en los recuadros de reflexión o recordatorios, por lo cual, se recomienda profundamente dejar por escrito estos otros tipos de razonamientos que contribuyen a la resignificación del pensamiento proporcional.

Nótese, entonces, que desde 3.º grado se trabaja con actividades que relacionan magnitudes proporcionales en su representación tabular y se ponen en juego los razonamientos proporcionales. Por tanto, **el objetivo** que se recomienda atender por parte del cuerpo docente en 6.º grado es el de **consolidar los distintos tipos de razonamiento en la proporcionalidad directa, tanto conceptual como procedimentalmente**, tal como lo indican los objetivos curriculares:

- Analizar las condiciones para que una situación sea de proporcionalidad directa.
- Analizar las relaciones entre diferentes procedimientos para resolver problemas de proporcionalidad.

Actividades resueltas

Estudiar y aprender 6.º grado.

Estudiar y aprender 7.º grado.

Escaneando el código QR se puede acceder a la web que presenta las resoluciones de distintas actividades.



En 6.º grado ocurre que se aborda en la sección de actividades bajo el título *Proporcionalidad: datos y relaciones* (Estudiar y Aprender, 6.º grado, págs. 95 y 96) la mayoría de los razonamientos proporcionales: multiplicativo, aditivo simple, aditivo compuesto e inter; sin embargo, en el recuadro “para recordar”, nuevamente, solo se hace hincapié en los dos últimos (aditivo compuesto e inter) y se agrega una reflexión sobre la constante de proporcionalidad como el valor que toma una de las magnitudes cuando la otra toma valor 1. Es por ello que recomendamos hacer explícitas todas las condiciones o razonamientos que caracterizan a la proporcionalidad directa y, respecto a la constante de proporcionalidad, para 6.º grado sugerimos consolidar la idea del valor para la unidad con el fin de resignificarla en 7.º grado.

Matemática 6

PARA RECORDAR

En el problema que resuelven Catalina y Ramiro en las **páginas 95 y 96**, las cantidades de gomitas y de paquetes que se pueden armar se relacionan siempre de la misma manera. Este tipo de problemas son de **proporcionalidad directa** porque se cumplen las siguientes condiciones:

- Al doble, al triple, al cuádruple, a la mitad, a un tercio, etc., de una magnitud le corresponde, respectivamente, el doble, el triple, el cuádruple, la mitad, un tercio, etc., de otra magnitud.
- A la suma (o resta) de dos valores de una de las magnitudes, le corresponde la suma (o resta, respectivamente) de los valores correspondientes a la otra magnitud.
- El valor que toma una de las magnitudes cuando la otra vale 1 se llama **constante de proporcionalidad**. Al multiplicar los valores de una de las magnitudes por la constante de proporcionalidad se obtienen los valores de la otra magnitud.

Imagen 15. Ideas principales sobre proporcionalidad, para 6.º grado (GCABA, 2023e, p. 97)

Para atender el grado siguiente, partiremos de considerar que durante los años anteriores se ha trabajado con las propiedades de la proporcionalidad directa, tanto en lo que refiere a los conceptos propiamente dichos como a sus procedimientos. Si bien se esperaría que su consolidación se haya logrado en 6.º grado, es sabido que se puede requerir una revisión en 7.º grado, para darle lugar a la nueva discusión matemática. En particular, **el objetivo** que se recomienda atender por parte del cuerpo docente en 7.º grado es **la diferenciación entre relaciones proporcionales y no proporcionales (de aumento constante)**, para lo cual es indispensable hacer énfasis en el razonamiento intra que potencia la idea de que la constante de proporcionalidad directa se obtiene como el cociente de una cantidad cualquiera de la segunda variable por la cantidad correspondiente de la primera variable, considerando la indicación curricular:

- Analizar las condiciones para que una situación sea de proporcionalidad directa.
- Participar de la formulación de argumentos que apelen a las diferentes relaciones involucradas en las situaciones de proporcionalidad directa.

Problemas de proporcionalidad directa I: propiedades y relaciones. Sexto grado



En este caso, para ejemplificar el tipo de discusiones que se pretende trabajar con las y los estudiantes se retoma la Actividad 4 de la secuencia didáctica para primaria *Problemas de proporcionalidad directa I: propiedades y relaciones*. Tal como lo indica la guía para docentes, la intención es que se analicen los problemas con base en los razonamientos proporcionales y afirma: “se trata de que profundicen acerca de qué condiciones de la situación son necesarias, pero no alcanzan para estar seguros de que están frente a una situación de proporcionalidad directa y cuáles sí son suficientes”.

¿Son problemas de proporcionalidad o no?

Problema 1

Se presentan a continuación varias tablas que relacionan magnitudes. En cada situación, completen, si es posible, los casilleros vacíos. De no ser así, expliquen por qué. En los casos en que se pueda completar la tabla, propongan otro par de valores que correspondan también a la situación.

Tabla a. Esta tabla relaciona la cantidad de libros (todos de la misma clase) que se compran en una librería y el precio que se paga por ellos. En dicha librería no hay descuentos por el hecho de comprar mucha cantidad; es decir, el precio de un libro está determinado y es el que se aplica, cualquiera sea la cantidad que se compre.

Cantidad de libros	10	12	15		
Precio que se paga (en pesos)	5.000			2.500	

Tabla b. Esta tabla relaciona la edad de una pequeña niña (en años) con la altura que mide (en centímetros).

Edad de la niña (en años)	1	2	3		6
Altura (en cm)	75	85	91	100	

Tabla c. Esta tabla relaciona la cantidad de cajas de lápices con la cantidad total de lápices. Siempre se trata de cajas iguales, es decir que todas tienen la misma cantidad de lápices.

Cajas de lápices			5	12	20
Lápices	24	48	60		

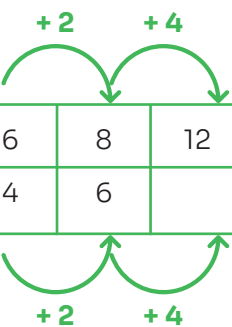
Tabla d. Esta tabla relaciona las edades de Violeta y Agustín en diferentes momentos de sus vidas.

Edad de Agustín	6	8	12		
Edad de Violeta	4	6		20	

Imagen 16. ¿Son problemas de proporcionalidad o no?, para 6.º grado (GCABA, 2019b, pp. 25–26)

En particular, será la tabla d, correspondiente a las edades de Violeta y Agustín en diferentes momentos de sus vidas, la que nos permitirá abordar sobre la siguiente pregunta: ¿qué es necesario y qué es suficiente para hablar de relación proporcional?

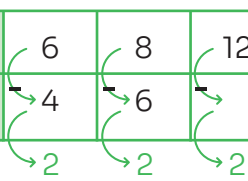
- La **cantidad de años que aumenta** Agustín **será la misma** cantidad de años que aumente Violeta.



Edad de Agustín	6	8	12		
Edad de Violeta	4	6		20	

Imagen 17. Aumento de edades de Agustín y Violeta

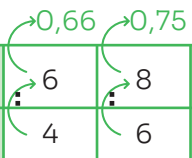
- La **diferencia** entre los años de Agustín y Violeta será **siempre la misma**.



Edad de Agustín	6	8	12	
Edad de Violeta	4	6		20

Imagen 18. Diferencia de edades de Agustín y Violeta

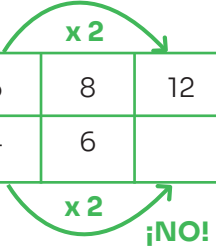
- Pero **no se mantiene igual el valor de una de las magnitudes cuando la otra vale 1**, o lo que se denomina constante de proporcionalidad (el cociente entre cualesquiera pares correspondientes).



Edad de Agustín	6	8	12		
Edad de Violeta	4	6		20	

Imagen 19. Cociente entre edades de Agustín y Violeta

- Tampoco se cumple el razonamiento inter** característico de una relación de proporcionalidad directa.



Edad de Agustín	6	8	12		
Edad de Violeta	4	6		20	

Imagen 20. Relación entre edades de Agustín y Violeta

Reconocer lo que no es proporcional potencia la idea de lo que sí es proporcional y da pie a la discusión que se realizará el año entrante, en 1.º año de la secundaria, cuando se comience a trabajar con las relaciones proporcionales vistas como una relación de covariación. Es importante recordar que, para este año escolar, es de suma importancia hacer énfasis en que la relación cociente entre los pares correspondientes de las magnitudes se mantiene constante. El ejemplo trabajado en el apartado contextualización disciplinar sobre Francesca y Santino es otro ejemplo que puede abordarse para esta reflexión.

El problema 3 de esa misma guía pone a discutir la diferencia entre situaciones de proporcionalidad directa de la vida cotidiana con aquellas del tipo “cuarto valor faltante” y por eso, se cree, que es de proporcionalidad, aunque realmente sea absurda la relación. O bien, pone en discusión la validación de la situación dependiendo el contexto, como es el caso del restaurante, en la que es necesario saber si todos los comensales comieron lo mismo.

Problema 3

Se presentan a continuación varios problemas. Señalen con una cruz aquellos que consideren que se refieren a relaciones de proporcionalidad directa y resuélvanlos.

- a. Joaquín, que hoy cumple 1 año, ya tiene 6 dientes. ¿Cuántos dientes tendrá a los 40 años?
- b. En una receta de cocina se indica que, para preparar 2 porciones, se deben comprar 1,5 kg de pescado. ¿Qué cantidad de pescado debo comprar para 4 porciones? ¿Y para 6?
- c. Cuando cumplió 2 años, Silvina pesaba 16 kg. ¿Cuántos kilos pesa hoy, que cumple 30 años?
- d. Mariela y Marcela venden rifas para el viaje de egresados. Después de vender 16 rifas, Mariela tiene \$3.200. Marcela, que solo vendió 4 rifas, ¿cuánto dinero juntó?
- e. Un equipo de fútbol hizo 48 goles en 2 partidos. ¿Cuántos goles hará en 4 partidos?
- f. 4 personas comieron en un restaurante y pagaron \$2.000. ¿Cuánto pagarán 6 personas en el mismo restaurante?

Imagen 21. ¿Son problemas de proporcionalidad o no?, para 6.º grado (GCABA, 2019b, pp. 26-27)

Para el caso de 1.º año, se recomienda recuperar de manera global los distintos tipos de razonamiento en la proporcionalidad directa, tanto conceptual como procedimentalmente, trabajados desde 6.º grado y, también, aquellos que refieren a las condiciones necesarias y suficientes para hablar de una relación proporcional, trabajadas en 7.º grado.

Actividades resueltas

- 1.º año, Nivel Secundario
- 2.º año, Nivel Secundario



En particular, **el objetivo** explícito de **1.º año de secundaria** es **diferenciar entre la razón de cambio constante y la razón constante entre magnitudes**, es decir, diferenciar las relaciones lineales proporcionales de las relaciones lineales no proporcionales (lo que en el capítulo de funciones de esta colección se profundizará), y **reconocer que gráficamente se representa como una línea recta que pasa por el origen (0;0), que puede ser continua o discreta según las magnitudes que estén puestas en juego**, tal como lo indican los objetivos curriculares:

- Reconocer diferencias y similitudes entre la función lineal y la de proporcionalidad directa comprendiendo los conceptos de pendiente y ordenada al origen, identificar sus significados en los gráficos y en los diferentes contextos.

En estos casos, todo lo que indique “mismo ritmo” (o similares, como es el caso de “velocidad constante”) será un ejemplo que apoye la reflexión.

3. Rosa tiene un tanque de agua en su casa que se llena con una bomba de agua siempre al mismo ritmo. El sábado estuvo controlando el funcionamiento de la bomba y, para ello, registró en una tabla el volumen de agua que contenía el tanque en ciertos momentos. Cuando se encendió la bomba, el tanque ya contenía algo de agua

Tiempo desde que se encendió la bomba (minutos)	20	40	60	90	120
Volumen de agua en la pileta (litros)	390	690			1890

a. Completen los dos valores de la tabla que faltan. Expliquen cómo los calcularon.

Imagen 22. ¿Cuándo dos cantidades se relacionan en forma directamente proporcional?, problema 3, para 1.º año (GCABA, s/f a, p. 2)

La actividad de la ficha didáctica de secundaria *¿Qué características tienen las funciones que crecen linealmente?* está estrechamente ligada con la idea de proporcionalidad, ya que si bien es del área de Funciones y Álgebra, son las relaciones proporcionales las que abren a la discusión sobre la razón de cambio constante. En el material de esta misma colección sobre Función lineal se profundizará sobre la relación entre razón de cambio y constante de proporcionalidad directa.

El caso de la actividad de Rosa sobre el tanque de agua tiene la particularidad de expresar el valor faltante de los 60 minutos que, precisamente, es la suma de 20 y 40 minutos. Aquí, al igual que en el caso de las edades de Agustín y Violeta, tendremos que diferenciar entre aquello que se mantiene constante y aquello que no. La confrontación es inmediata cuando se suman los valores de los litros $390 + 690$, obteniendo como resultado 1080 litros para 60 minutos, lo cual no es la mitad de la cantidad de litros para 120 minutos. La propia tabla está diseñada para confrontar estas relaciones que vinculan, justamente, lo visto en 6.º (tipos de razonamiento proporcional) y 7.º grado de la primaria (relaciones proporcionales y no proporcionales). En este caso será importante preguntar: ¿qué se mantiene constante?, ¿por qué no es de proporcionalidad si la bomba se llena siempre al mismo ritmo?

Otra actividad que podría, ahora, traerse a este año escolar es la de Francesca y Santino, revisado el apartado *Contextualización disciplinar*:

Francesca y Santino corren a la misma velocidad en una maratón. Santino inició más tarde, entonces, cuando Francesca recorrió 4 kilómetros, Santino habrá recorrido 2 kilómetros. Cuando Francesca haya alcanzado los 7 kilómetros, ¿cuántos kilómetros habrá recorrido Santino?

En este año, también, se propone reconocer la representación gráfica como una línea que pasa por el origen (0; 0), lo cual, si revisamos con cuidado, responde a lo anterior:

- Se representa gráficamente como una línea, entonces, su razón de cambio es constante $\left(\frac{\Delta y}{\Delta x} = k\right)$;
- pasa por el origen, entonces, la razón entre sus magnitudes es constante $\left(\frac{y}{x} = k\right)$

Ahora bien, no sólo será esta la discusión, sino que también se propone como pregunta guía la que reflexiona sobre las representaciones gráficas de relaciones **continuas o discretas**. Se propone profundizar sobre la pertinencia o no de unir los puntos con el fin de dar lugar, también, a la descripción de la noción de dominio e imagen, aunque no sea abordada formalmente. Para ello, el material de *Relaciones de proporcionalidad directa- Primer año*, es de gran apoyo para la reflexión, con actividades que plantean situaciones cotidianas con su posible representación gráfica y analiza, ya sea la ubicación en el plano cartesiano de los puntos intervinientes en la relación como par coordenado, como punto en el plano, con escalas distintas para, en particular, discutir la relación continua o discreta con base en las magnitudes relacionadas.

Relaciones de proporcionalidad directa. Primer año



Problema 2

A continuación, se presentan cuatro situaciones (1, 2, 3 y 4) y cuatro gráficos (A, B, C y D). Decidan, para cada una de las situaciones, cuál es el gráfico que le corresponde. Escriban los nombres de cada eje y expliquen por qué lo eligieron.

- Situación 1: En un paquete de galletitas de chocolate entran diez galletitas. El gráfico muestra la cantidad total de galletitas a partir de la cantidad de paquetes.
- Situación 2: La siguiente tabla relaciona la cantidad de paquetes de galletitas con el peso total (sabiendo que todos los paquetes son iguales).

Cantidad de paquetes	1	2	3	10	12	18
Peso de las galletitas (en gramos)	50	100	150	500	600	1200

- Situación 3: Un auto se desplaza por una ruta en línea recta desde una ciudad hasta otra. Se sabe que para calcular los kilómetros recorridos según el tiempo de viaje se puede hacer la siguiente cuenta:

$$80 \cdot \text{tiempo desde que salió (en horas)} = \text{distancia recorrida (en kilómetros)}$$

- Situación 4: Una persona sale a correr por una pista en línea recta, manteniendo siempre el mismo ritmo. En la siguiente tabla, se muestra un registro de los tiempos (en minutos) y las distancias recorridas (en metros).

Tiempo (en minutos)	15	30	45	60
Distancia (en metros)	3000	6000	9000	12000

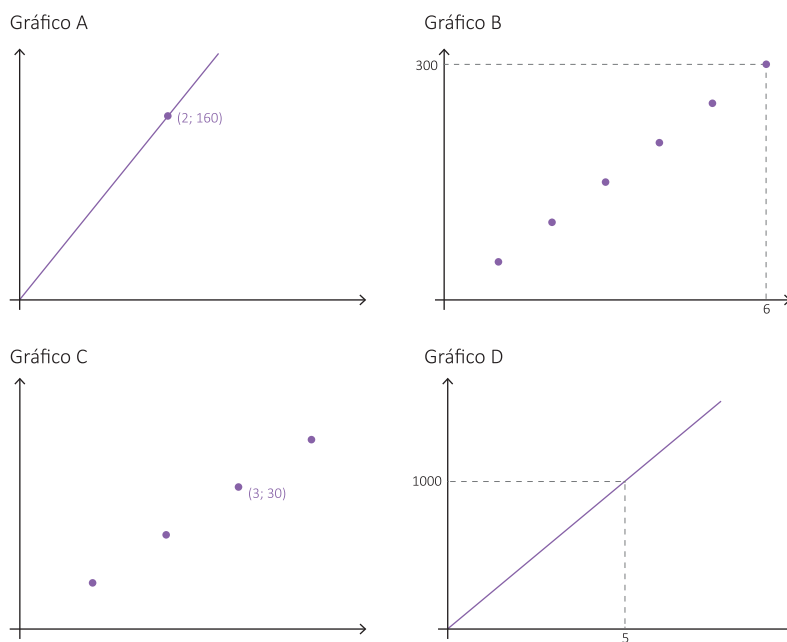


Imagen 23. Problemas de proporcionalidad directa en distintos contextos, para 1.^{er} año (GCABA, 2019c, pp. 15-16)

Para concluir con la articulación de los años escolares desde 6.^{to} grado de primaria hasta 2.^{do} año de secundaria, debemos transitar hacia la noción de proporcionalidad inversa. Recordemos que este cuadernillo busca reflexionar sobre la proporcionalidad directa en específico, por lo cual, se hace la aclaración de que avanzaremos hacia la proporcionalidad inversa, ya que curricularmente en 2.^{do} año es el tema por tratar. En particular, **el objetivo** explícito de **2.^{do} año de secundaria** es **diferenciar los problemas de proporcionalidad directa de los de proporcionalidad inversa y resolverlos**, tal como lo indican los objetivos curriculares:

- Resolver problemas que se modelizan por medio de la función de proporcionalidad inversa.



¿Cuándo dos cantidades se relacionan de forma inversamente proporcional?



Relaciones de proporcionalidad inversa: la medida como contexto



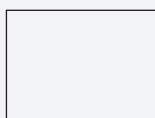
Estudiar y Aprender. Un puente entre Primaria y Secundaria

Debemos aclarar, también, que en el material de Estudiar y Aprender de secundaria no hay actividades respecto a la proporcionalidad inversa. Por ello, para abordar las nociones de proporcionalidad inversa en 2.^{do} año, retomaremos el material didáctico titulado *¿Cuándo dos cantidades se relacionan de forma inversamente proporcional?*, a la vez que recomendamos la lectura del material titulado *Relaciones de proporcionalidad inversa: la medida como contexto*, diseñado para 7.^{mo} grado, que servirá como antecedente de lo propuesto y, también, el material de *Estudiar y Aprender. Un puente entre Primaria y Secundaria*.

Al realizar una revisión de lo trabajado en 7.º grado, nos encontramos con el uso de la medida como contexto, por lo cual, se analizan situaciones donde se calculan áreas de distintas figuras geométricas. Analicemos el problema número 1 de la guía de 7.º grado con el fin de retomar las ideas-fuerza trabajadas:

Problema 1

- a. El siguiente rectángulo tiene base igual a 4 cm y altura igual a 3 cm.



- A partir de este rectángulo, construyan otro que tenga la misma área.

Imagen 24. Áreas y perímetros de rectángulos y cuadrados, ¿hay proporcionalidad?, para 7.º grado (GCABA, 2019d, p. 12)

Una vez contruidos los otros rectángulos, se propone completar la tabla de valores. Al completarla, se analiza lo siguiente:

- A partir de un par de valores de la tabla, es posible encontrar otro par multiplicando (o dividiendo) “un lado” por cualquier número y dividiendo (o multiplicando) “el otro lado” por ese mismo número.
- El producto de la base y la altura es constante, en este caso: 12.

		x 4				x 1,5		
		x 3				x 2		
Base del rectángulo (cm)	4	3	2	6	16	1	0,5	1,5
Altura del rectángulo (cm)	3	4	6	2	3/4	12	24	8
		: 3				x 2		
		: 4				: 1,5		

También se puede incorporar una particularidad de esta tabla: *el producto de cada par de valores para la base y la altura es siempre 12.*

$$4 \times 3 = 12 \quad 2 \times 6 = 12 \quad \frac{3}{4} \times 16 = 12 \quad 0,5 \times 24 = 12 \quad 1,5 \times 8 = 12$$

Imagen 25. Propiedades de proporcionalidad inversa, para 7.º grado (GCABA, 2019d, p. 17)

Es decir, la síntesis de lo trabajado en 7.º grado respecto a las relaciones de proporcionalidad inversa es la siguiente:

- El **producto** de las variables es **constante**;
- Se cumple la propiedad: si se divide (o se multiplica) una cantidad por un número se tiene que multiplicar (o dividir) la otra cantidad por el mismo número para que el producto de ambas cantidades siga siendo constante.

Las mismas ideas fuerza serán profundizadas con el material *Estudiar y Aprender – Un puente entre Primaria y Secundaria*. Por ejemplo, se hará énfasis en analizar el resultado de multiplicar los valores de las magnitudes en su representación tabular (inciso c, problema 3, imagen 26), como así también, la posibilidad de usar las propiedades de la proporcionalidad inversa (problema 4, imagen 26).

Actividades resueltas

Estudiar y aprender. Un puente entre Primaria y Secundaria.



En particular, nótese que el problema 3 trabaja con la noción de velocidad constante (muy utilizada para trabajar con proporcionalidad directa como la relación constante entre la distancia y el tiempo), sin embargo, en este problema lo que se relaciona es el tiempo transcurrido y la velocidad. Es decir, el mismo problema plantea dos relaciones distintas:

- Relación de proporcionalidad directa: la velocidad, como relación entre la distancia y el tiempo, de 60 km/h.
- Relación de proporcionalidad inversa: la relación entre el tiempo y la velocidad considerando que siempre es una misma distancia recorrida.

Con base en estas dos ideas-fuerza que fueron trabajadas durante 7.º grado y el material

Problema 3

Viajando a una velocidad constante de 60 km/h, se realizó un viaje en auto en 40 minutos.

- La velocidad máxima permitida en el tramo recorrido es de 120 km/h. ¿En cuántos minutos se recorrería la misma distancia, yendo a esa velocidad?
- Completá la tabla, sabiendo que la distancia a cubrir es siempre la misma.

Tiempo (minutos)	20	30	40	60	80	120
Velocidad (km/h)						

- ¿El resultado de multiplicar la velocidad por el tiempo correspondiente es el mismo en todos los casos, o cambia? Escribí algunos ejemplos a partir de la tabla del punto anterior.

Problema 4

El área de un paralelogramo, que se calcula multiplicando la medida de su base por la medida de su altura, es de 72 cm². La siguiente tabla contiene algunas posibles medidas para los lados de dicha figura. Completala de forma tal que el área sea la indicada en cada caso.

Base (cm)			6	8			
Altura (cm)	72	24			3	1	0,5

Imagen 26. Proporcionalidad inversa, para puente entre primaria y secundaria (GCABA, 2023a, p. 25)

de puente entre primaria y secundaria, es que en 2.º año se propone retomar, revisar y profundizar para abordar los problemas de proporcionalidad inversa junto con los de proporcionalidad directa y diferenciar sus características.

En las actividades diseñadas específicamente para 2.º año de secundaria (ficha didáctica) se proponen problemas como el siguiente:

1. Una empresa que comercializa agua gasificada envasa, diariamente, 60.000 litros en botellas de distintas capacidades.
 - a. Completen la siguiente tabla donde se relaciona la cantidad de botellas necesarias para envasar los 60.000 litros diarios de agua gasificada, con la capacidad de cada recipiente:

Capacidad de la botella (litros)	$\frac{1}{2}$	1	2	$2\frac{1}{2}$	3	5
Cantidad de botellas						

- b. Si la empresa decide envasar los 60.000 litros del producto en bidones de 20 litros, ¿cuántos bidones son necesarios?
 - c. Y si se decide envasar la producción diaria en bidones de 40 litros, ¿se necesitan más o menos bidones que los calcularon en el **punto b**? Expliquen su respuesta.

Imagen 27. ¿Cuándo dos cantidades se relacionan en forma inversamente proporcional?, para 2.º año (GCABA, s/f b, p. 1)

Nuevamente se da a conocer un valor fijo, en este caso, la cantidad de litros envasados diariamente para completar la representación tabular de la relación entre la capacidad de las botellas y la cantidad de botellas necesarias para envasar lo solicitado. Uno de los errores esperables en este tipo de actividades es que las y los estudiantes, sin analizar el contexto –y por tanto sin reconocer el tipo de relación que se está trabajando–, usen las propiedades de la relación de proporcionalidad directa. Para atender este tipo de errores, se recomienda realizar preguntas constructivas más allá de las respuestas correctivas que podamos proponer. Por ejemplo, si alguien dijera que “para una capacidad de 1 litro en la botella se necesitan 60.000 botellas (dato del problema), entonces, para el doble de cantidad de litros por botella, se necesita el doble de cantidad de botellas” (afirmación matemáticamente errónea según el problema), podemos preguntar: ¿cuántos litros podríamos envasar en 120.000 botellas de 2 litros cada una? De esta manera, se evidenciará que ya no será la misma cantidad de litros que necesita envasarse, por lo cual, se tendrá que revisar nuevamente el cálculo realizado y, por tanto, la relación establecida.

La ficha didáctica busca, en todo momento, apoyar la reflexión matemática con los contextos usados. Las preguntas sobre las afirmaciones ayudarán a confirmar o refutar las respuestas. Esto afianza la intención de generar autonomía en la corrección de los procedimientos realizados por las y los estudiantes de nivel secundario.

Para concluir, se proponen tres preguntas clave que retoman las ideas-fuerza trabajadas desde 7.º grado:

Antes de terminar

A partir de todo lo que tuvieron que hacer para resolver las actividades anteriores, respondan las siguientes preguntas:

- a. ¿Cuándo existe una relación de proporcionalidad inversa entre dos magnitudes?
- b. Cuando completaron las tablas, ¿qué regularidades pudieron identificar?
- c. ¿Cómo se puede calcular la constante de proporcionalidad inversa en este tipo de situaciones?



Imagen 28. ¿Cuándo dos cantidades se relacionan en forma inversamente proporcional?, para 2.^{do} año (GCABA, s/f b, p. 2)

Cuyas respuestas se ofrecen a continuación:

- a. Cuando el producto entre las variables es constante.
- b. Si se divide (o se multiplica) una cantidad por un número se tiene que multiplicar (o dividir) la otra cantidad por el mismo número para que el producto de ambas cantidades siga siendo constante.
- c. La constante de proporcionalidad inversa se puede calcular como $y \cdot x = k$

Síntesis de las ideas de proporcionalidad directa

Proponemos una tabla de síntesis donde queremos evidenciar cuáles son alcances, abordajes, preguntas guía, características de cada año escolar. De esta manera, queremos proponer la diferenciación del alcance de cada año escolar con el fin de promover, de manera conjunta, una transición fluida –matemáticamente hablando– entre los niveles escolares primaria y secundaria. El conocimiento y reconocimiento de los contenidos abordados previa y posteriormente, consideramos, potenciará las propuestas escolares del cuerpo docente.



Unidad de análisis	Primaria		Secundaria	
Nivel	6. ^{to}	7. ^{mo}	1. ^{ro}	2. ^{do}
Objetivos curriculares	Objetivos de aprendizaje para las escuelas de Educación Inicial y Primaria de la Ciudad Autónoma de Buenos Aires, 2014 (selección de los contenidos que trabajaremos en este documento)		Diseño curricular: Formación general ciclo básico del bachillerato, 2015 (selección de los contenidos que trabajaremos en este documento)	
	Relaciones entre variables - Analizar las condiciones para que una situación sea de proporcionalidad directa. - Analizar las relaciones entre diferentes procedimientos para resolver problemas de proporcionalidad. (GCABA, 2014, p. 126)	Relaciones entre variables - Analizar las condiciones para que una situación sea de proporcionalidad directa. - Participar de la formulación de argumentos que apelen a las diferentes relaciones involucradas en las situaciones de proporcionalidad directa. (GCABA, 2014, p. 127)	Reconocer diferencias y similitudes entre la función lineal y la de proporcionalidad directa comprendiendo los conceptos de pendiente y ordenada al origen, identificar sus significados en los gráficos y en los diferentes contextos. (GCABA, 2015, p. 514)	Resolver problemas que se modelizan por medio de la función de proporcionalidad inversa. (GCABA, 2015, p. 521)
Objetivo del año escolar	Consolidar los distintos tipos de razonamiento en la proporcionalidad directa, tanto conceptual como procedimentalmente.	Diferenciar entre relaciones proporcionales y no proporcionales (de aumento constante).	Diferenciar entre razón de cambio constante y razón constante entre magnitudes.	Diferenciar los problemas de proporcionalidad directa de los de proporcionalidad inversa y resolverlos.
Idea fuerza	Para promover el desarrollo del pensamiento proporcional directo se transita por los razonamientos multiplicativo, aditivo simple, aditivo compuesto, inter e intra.	La constante de proporcionalidad directa se obtiene como el cociente de una cantidad cualquiera de la segunda variable por la cantidad correspondiente de la primera variable.	Es necesario diferenciar la relación proporcional entre magnitudes ($k=y/x$) y la relación entre magnitudes cuyo aumento sea constante ($dy/dx=k$). Reconocer que gráficamente se representa como una línea recta que pasa por el origen (0;0), que puede ser continua o discreta según las magnitudes que estén puestas en juego.	La constante de proporcionalidad inversa se obtiene con el producto de una cantidad cualquiera de la segunda variable por la cantidad correspondiente de la primera variable.
Pregunta clave	¿Cuáles son las condiciones para una relación de proporcionalidad directa?	¿Qué es necesario y qué es suficiente para que sea proporcionalidad directa?	¿Qué es lo que se mantiene constante? ¿Cuándo se pueden unir los puntos?	¿Qué es necesario y qué es suficiente para que sea proporcionalidad inversa?
Material propuesto	- Estudiar y Aprender 6.^{to} grado - Problemas de proporcionalidad directa I: propiedades y relaciones (Actividad 1 y 2)	Problemas de proporcionalidad directa I: propiedades y relaciones (Actividad 4)	¿Qué características tienen las funciones que crecen linealmente? (Actividad 3, inciso a) - Relaciones de proporcionalidad directa – Primer año	¿Cuándo dos cantidades se relacionan de forma inversamente proporcional?

Unidad de análisis	Primaria		Secundaria	
Nivel	6. ^{to}	7. ^{mo}	1. ^{ro}	2. ^{do}
Ideas involucradas en las actividades de Estudiar y Aprender	Condiciones en los problemas de proporcionalidad directa	Condiciones en los problemas de proporcionalidad directa	Condiciones en los problemas de proporcionalidad directa	Relaciones de proporcionalidad directa
	Representación coloquial y tabular	Representación coloquial y tabular	Representación coloquial y tabular	Representación coloquial, tabular, gráfica y algebraica
	Constante de proporcionalidad: el valor que toma una de las magnitudes cuando la otra vale 1	Constante de proporcionalidad: el valor que toma una de las magnitudes cuando la otra vale 1	Constante de proporcionalidad: el valor que toma una de las magnitudes cuando la otra vale 1	Constante de proporcionalidad como el cociente de una cantidad cualquiera de la segunda variable por la cantidad correspondiente de la primera variable
	Números racionales en expresión decimal	Porcentajes y Escala (razones)		
	Medidas de longitud, de peso y de capacidad	Proporcionalidad inversa		
Tipos de razonamientos abordados	Multiplicativo, aditivo simple, aditivo compuesto, inter	Multiplicativo, aditivo simple, aditivo compuesto, inter	Multiplicativo, aditivo simple, aditivo compuesto, inter	Multiplicativo, aditivo simple, aditivo compuesto, inter intra
Constante de proporcionalidad	Valor para la unidad	Valor para la unidad	Valor para la unidad	Relación entre cualesquiera cantidades correspondientes de las variables
Tipo de representaciones abordadas	Tabular	Tabular y gráfica	Tabular	Tabular, gráfica y algebraica

5. Bibliografía

GCABA (2004). Diseño curricular para la escuela primaria: primer ciclo de la escuela primaria – educación general básica. Tomo 2. Ciudad Autónoma de Buenos Aires: Secretaría de Educación, Subsecretaría de Educación, Dirección General de Planeamiento. Dirección de Currícula.

GCABA (2014). Objetivos de aprendizaje para las escuelas de Educación Inicial y Primaria de la Ciudad Autónoma de Buenos Aires (1a ed.). Ciudad Autónoma de Buenos Aires: Ministerio de Educación. Dirección General de Planeamiento e Innovación Educativa. Gerencia Operativa de Currículum.

GCABA (2015). Diseño curricular Nueva Escuela Secundaria de la Ciudad de Buenos Aires, ciclo básico (2a ed.). Ciudad Autónoma de Buenos Aires: Ministerio de Educación. Dirección General de Planeamiento e Innovación Educativa. Gerencia Operativa de Currículum.

GCABA (2019a). Progresiones de los aprendizajes: segundo ciclo : Matemática. Ciudad Autónoma de Buenos Aires: Ministerio de Educación. Unidad de Evaluación Integral de la Calidad y Equidad Educativa [UEICEE]

GCABA (2019b). Matemática: problemas de proporcionalidad directa I: propiedades y relaciones: sexto grado. (1a edición para el profesor). Ciudad Autónoma de Buenos Aires: Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires. Ministerio de Educación e Innovación.

GCABA (2019c). Matemática, relaciones de proporcionalidad directa: primer año. (1a edición para el profesor). Ciudad Autónoma de Buenos Aires: Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires. Ministerio de Educación e Innovación.

GCABA (2019d). Matemática: relaciones de proporcionalidad inversa: la medida como contexto: séptimo grado. (1a edición para el profesor). Ciudad Autónoma de Buenos Aires: Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires. Ministerio de Educación e Innovación.

GCABA (2020). Progresiones de los aprendizajes: Matemática: Educación Secundaria: Ciclo Básico. Ciudad Autónoma de Buenos Aires: Ministerio de Educación. Unidad de Evaluación Integral de la Calidad y Equidad Educativa [UEICEE]

GCABA (2023a). Estudiar y aprender: un puente entre primaria y secundaria: recomendaciones para la implementación de los materiales de trabajo para séptimo grado y primer año (1a ed. para el profesor). Ciudad Autónoma de Buenos Aires: Ministerio de Educación. Dirección General de Planeamiento Educativo. Gerencia Operativa de Currículum

GCABA (2023b). Estudiar y aprender en Tercero: Matemáticas, Prácticas del Lenguaje, Ciencias Sociales, Ciencias Naturales (1a ed. para el alumno). Ciudad Autónoma de Buenos Aires: Ministerio de Educación del Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires.

GCABA (2023c). Estudiar y aprender en Cuarto: Matemáticas, Prácticas del Lenguaje, Ciencias Sociales, Ciencias Naturales (1era Ed. para el alumno). Ciudad Autónoma de Buenos Aires: Ministerio de Educación del Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires.

GCABA (2023d). Estudiar y aprender en Quinto: Matemáticas, Prácticas del Lenguaje, Ciencias Sociales, Ciencias Naturales (1a ed. para el alumno). Ciudad Autónoma de Buenos Aires: Ministerio de Educación del Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires.

GCABA (2023e). Estudiar y aprender en Sexto: Matemáticas, Prácticas del Lenguaje, Ciencias Sociales, Ciencias Naturales (1a ed. para el alumno). Ciudad Autónoma de Buenos Aires: Ministerio de Educación del Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires.

GCABA (2023f). Estudiar y aprender en Séptimo: Matemáticas, Prácticas del Lenguaje, Ciencias Sociales, Ciencias Naturales (1a ed. para el alumno). Ciudad Autónoma de Buenos Aires: Ministerio de Educación del Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires.

GCABA (s/f a). ¿Cuándo dos cantidades se relacionan en forma directamente proporcional? Ficha didáctica para nivel secundario. Formación General. 1º año. Dirección General de Planeamiento e Innovación Educativa. Gerencia Operativa de Currículum. Ciudad Autónoma de Buenos Aires: Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires. Ministerio de Educación.

GCABA (s/f b). ¿Cuándo dos cantidades se relacionan en forma inversamente proporcional? Ficha didáctica para nivel secundario. Formación General. 2º año. Dirección General de Planeamiento e Innovación Educativa. Gerencia Operativa de Currículum. Ciudad Autónoma de Buenos Aires: Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires. Ministerio de Educación.

escuela de maestros

Directora General

Viviana Edith Dalla Zorza

Colección Matemática en Red

Desarrollo de Contenido: **Empoderamiento Docente**. Coordinadora: **Daniela Reyes Gasperini**.

Revisión de documentos curriculares: **Paulina Salazar Cortez**.

Revisión académica: **Karla Gómez Osalde**.

Equipo de Comunicación de la Dirección General de Escuela de Maestros (DGESM)

Coordinación general: **María de la Paz Amieva; Juan Martín Fernández Quintero**.

Coordinación editorial: **María Cecilia Guerra Lage**.

Diseño gráfico: **Juan Pablo Livy; Ricardo Penney; Santiago Buscaglia**.

Asistencia editorial: **Eleonora Riganti**.

© Gobierno de la Ciudad Autónoma de Buenos Aires
Ministerio de Educación
Subsecretaría de Planeamiento e Innovación Educativa
Dirección General Escuela de Maestros, 2024

Carlos H. Perette 750, 4° piso - Barrio 31 - Retiro - C1063
Ciudad Autónoma de Buenos Aires

En la elaboración de este documento se ha intentado que el lenguaje no refuerce sesgos sexo-genéricos o que promueva discriminación, desigualdad o invisibilización de personas o grupos.

Fecha de consulta de imágenes, videos, textos y otros recursos digitales disponibles en internet: 10 de enero de 2024.

Publicación de distribución gratuita. Prohibida su venta.



